



# Une approche multiechelle à l'analyse d'images par champs markoviens

Patrick Pérez, Fabrice Heitz

## ► To cite this version:

Patrick Pérez, Fabrice Heitz. Une approche multiechelle à l'analyse d'images par champs markoviens. [Rapport de recherche] RR-1477, INRIA. 1991. inria-00075085

**HAL Id: inria-00075085**

**<https://hal.inria.fr/inria-00075085>**

Submitted on 24 May 2006

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



UNITÉ DE RECHERCHE  
INRIA-RENNES

Institut National  
de Recherche  
en Informatique  
et en Automatique

Domaine de Volveau  
Rocquencourt  
B.P. 105  
78153 Le Chesnay Cedex  
France  
Tél.: (1) 39 63 55 11

# Rapports de Recherche

N° 1477

*Programme 4*  
*Robotique, Image et Vision*

## UNE APPROCHE MULTIÉCHELLE A L'ANALYSE D'IMAGES PAR CHAMPS MARKOVIENS

Patrick PEREZ  
Fabrice HEITZ

Juillet 1991



Campus Universitaire de Beaulieu  
35042 - RENNES CEDEX  
FRANCE  
Téléphone : 99.36.20.00  
Télex : UNIRISA 950 473F  
Télécopie : 99.38.38.32

## Une approche multiéchelle à l'analyse d'images par champs markoviens

### A Multiscale Approach to Image Analysis Using Markov Random Fields

Publication Interne n° 589 - Juin 1991 - 32 Pages

Patrick PEREZ <sup>†</sup>, Fabrice HEITZ  
*IRISA/INRIA, <sup>†</sup> IRISA/CNRS,  
Campus Universitaire de Beaulieu  
35042 Rennes Cedex, France*

#### RESUME

L'introduction d'une modélisation statistique par champs de Markov a récemment permis des avancées importantes dans nombre de problèmes classiques en analyse d'images. Ces modèles sont généralement associés à des algorithmes d'optimisation globale par relaxation qui restent coûteux en temps de calcul dans certaines applications. Or les techniques multigrilles, par ailleurs classiques en analyse numérique, peuvent conduire à des gains importants sur ce point. Pour l'heure il n'existe cependant pas réellement de support théorique permettant d'associer de façon simple et efficace stratégie multigrille et modélisation markovienne. Les modèles markoviens multirésolutions utilisés pour l'instant sont donc élaborés de manière heuristique, en particulier en ce qui concerne l'ajustement des différents paramètres en fonction de la résolution.

Nous présentons dans cet article une approche multiéchelle de la modélisation markovienne qui est à la fois mathématiquement cohérente et facilement implantable. Nous détaillons son application sur deux exemples d'analyse du mouvement dans une séquence d'images : la détection du mouvement et la mesure du mouvement. Cela permet de mettre en évidence les apports de l'approche : accélération de la convergence et amélioration de l'estimée par rapport aux techniques markoviennes multirésolutions classiques.

#### MOTS-CLE

champs markoviens, analyse d'images, analyse du mouvement, optimisation globale, méthode multigrille, multirésolution et multiéchelle.

## **ABSTRACT**

The use of Markov Random Field (MRF) models within the framework of global bayesian decision has recently brought new powerful solutions to classical image analysis problems. These models are generally associated with greedy relaxation algorithms. This is the reason why multiresolution methods, well known in Computational Mathematics, are widely used to speed up the convergence rate of these algorithms. But for the moment there is no real mathematical framework which associates in a simple and efficient way multigrid strategies and markovian models : most previous multiresolution markovian models are heuristically defined, especially as far as the adjustment of parameters over scale is concerned.

In this paper we present a new class of globally consistent multiscale MRF models. The models we consider here are both mathematically consistent and computationally tractable and are related to a multiscale exploration of the set of solutions. We detail the application of these new models to two basic issues in motion analysis from an image sequence : motion detection and 2D-motion estimation. We show advantages of the new approach : it allows relaxation schemes to converge faster than those associated with classical multiresolution models, and toward better estimates (i.e. estimates of lower energy).

## **KEY WORDS**

Markov Random Fields (MRF), image analysis, motion analysis, global estimation, multigrid, multiresolution and multiscale methods.

# 1 Introduction

Connus et étudiés par les statisticiens depuis plus de quinze ans [3], les champs de Markov ont fait récemment une apparition remarquée dans le domaine du traitement d'images [14]. D'abord appliqués à des problèmes de restauration [4, 8, 14], ils sont désormais utilisés avec succès dans des domaines aussi variés que l'extraction de contours [13], la segmentation [9, 13], la stéréovision [2], la reconstruction tomographique [11], ou la reconstruction de surface [9, 21].

Le domaine qui nous préoccupe plus particulièrement est celui de l'analyse du mouvement dans des séquences d'images. Riche en problématiques variées, il a donné lieu à de très nombreux travaux ces dix dernières années [1, 6]. Les champs de Markov lui sont appliqués depuis peu pour la détection du mouvement [7], l'estimation de champ 2D de déplacement [17, 23] et la segmentation au sens du mouvement [12, 25] (pour d'autres études utilisant des modèles similaires se rapporter aussi à [10, 20, 23, 25, 26]).

Associés à la théorie Bayésienne de la décision, les champs de Markov offrent un cadre mathématique cohérent et unifié pour l'extraction de primitives, ou étiquettes, à partir d'observations. Le formalisme utilisé permet conjointement:

- l'introduction simple de connaissances *a priori* sur les primitives
- une modélisation statistique du lien entre les observations et les primitives.

L'estimation des primitives induite *in fine* par la modélisation markovienne se fait le plus souvent dans un espace de configurations extrêmement vaste et peut donc donner lieu à des optimisations longues et coûteuses. C'est une des raisons qui a motivé l'introduction de techniques multigrilles [27], par ailleurs classiques en analyse numérique [16]. Ces techniques permettent en effet une accélération des algorithmes de relaxation déterministes ou stochastiques utilisés pour l'estimation des primitives. On suppose d'autre part que de telles stratégies fourniront des estimations qualitativement supérieures dans la mesure où l'on intègre l'information de manière graduelle et hiérarchique.

Mais pour l'heure il n'existe pas réellement de support théorique permettant d'associer stratégie multigrille et modélisation markovienne. La méthode généralement retenue consiste à se doter d'une pyramide multirésolution d'observations et de primitives. L'estimation des primitives à une résolution donnée est faite à l'aide d'un modèle de Markov, le même à toutes les résolutions. Seuls les paramètres du modèle peuvent être modifiés d'un niveau à l'autre et ce de façon entièrement heuristique. La coopération entre les différentes résolutions est descendante :

- le champ d'étiquettes est estimé au niveau  $i$ ,
- ce champ projeté au niveau  $i - 1$  (résolution immédiatement supérieure) sert d'initialisation pour l'algorithme d'estimation à ce niveau.

Cette technique a déjà été étudiée dans le cas la stéréovision [2] et dans celui de l'estimation de champ de déplacements [23, 18]. Si elle donne d'assez bons résultats, elle est cependant dépourvue de fondement théorique quant au choix de modèles markoviens identiques à tous les niveaux et quant au réglage des paramètres de ces modèles. Dans la pratique les paramètres sont d'ailleurs généralement pris identiques à toutes les résolutions.

S'inspirant de la théorie des "groupes de renormalisation" issue de la physique statistique, Gidas [15] a fourni une approche mathématique cohérente de la modélisation markovienne multirésolution. Malheureusement la formulation obtenue est bien trop complexe pour être mise en oeuvre sur les modèles existants hormis celui simple dit modèle d'Ising. Parallèlement Bouman *et al.* [5] présentent une approche simple et séduisante de la question. L'originalité de leur approche réside dans l'estimation d'une structure pyramidale classique de primitives à partir d'un seul niveau d'observations. Mais il subsiste encore dans leur formalisme une grande part d'heuristique au niveau de la modélisation *a priori* du champ d'étiquettes par des champs de Markov identiques à tous les niveaux (même système de voisinage, mêmes fonctions de potentiel et surtout mêmes valeurs des paramètres de ces fonctions).

Nous présentons dans cet article une approche multiéchelle de la modélisation markovienne qui est à la fois mathématiquement cohérente et facilement implémentable. L'algorithme consiste à explorer des espaces de configurations emboîtés, inclus dans l'espace sur lequel le problème d'optimisation traité est originellement posé. On montre que cette technique d'exploration est équivalente à un algorithme multirésolution sur une structure pyramidale de primitives couplée à un seul niveau d'observations, analogue à celle de Bouman *et al.* Dans cette structure particulière, les modèles markoviens aux différents niveaux ne sont plus définis de façon heuristique, mais sont complètement déterminés par le modèle original à la résolution la plus fine, contrairement au modèle markovien multirésolution de Bouman *et al.* Cette approche généralise un travail récent de B. Levy [24] sur les modèles markoviens gaussiens linéaires, aux modèles markoviens généraux non-linéaires.

La présentation du cadre mathématique pour la modélisation markovienne multiéchelle fait l'objet de la section 2. La mise en place de ce formalisme nouveau est ensuite détaillée dans le cadre de l'analyse du mouvement (section 3). Il est appliqué d'une part à un algorithme markovien de détection du mouvement et d'autre part à un algorithme simple de mesure du déplacement. Des expérimentations sur scènes réelles démontrent l'efficacité de l'approche par rapport aux techniques multigrilles heuristiques utilisées jusqu'alors.

## 2 Modèles markoviens multiéchelles

Nous allons avant toute chose rappeler les grandes lignes de la modélisation markovienne et de l'estimation bayésienne globale en traitement d'images. Cela permettra d'introduire les principales notations utilisées dans cet article.

## 2.1 Modèles markoviens et estimation bayésienne globale

Les observations (informations dont on dispose pour effectuer l'analyse) et les étiquettes (informations que l'on cherche à extraire des observations) sont supposées former des champs aléatoires définis sur des grilles rectangulaires  $S_1$  et  $S_2$  (identiques ou non):

$$O = \{O_s, s \in S_1\} \quad E = \{E_s, s \in S_2\}$$

où  $s$  désigne un site d'une des grilles. On notera  $o = \{o_s, s \in S_1\}$  et  $e = \{e_s, s \in S_2\}$  une réalisation quelconque de chacun de ces deux champs. Les étiquettes  $E_s$  prennent leurs valeurs dans un ensemble discret  $\Lambda$ . L'ensemble de toutes les configurations possibles de  $E$  est donc  $\Omega = \Lambda^{|S_2|}$  où  $|S_2|$  désigne le cardinal de  $S_2$ .

Le critère d'estimation retenu est souvent celui du *Maximum A Posteriori* (MAP): étant donné le champ d'observations  $o$ , on cherche le champ d'étiquettes  $\hat{e}$  le plus probable au sens de la distribution *a posteriori*. Soit

$$\hat{e} \triangleq \arg \max_{e \in \Omega} p(E = e / O = o). \quad (1)$$

Notons que l'on peut trouver d'autres critères dans la littérature [21].

L'un des intérêts de ce critère est qu'on peut lui appliquer la règle de Bayes, ce qui donne après simplification :

$$\hat{e} = \arg \max_{e \in \Omega} p(o/e) \cdot p(e). \quad (2)$$

Le premier terme de la fonction à maximiser (probabilité d'occurrence des observations conditionnellement aux étiquettes) sera déterminé en modélisant le lien entre les étiquettes et les observations. Le second, probabilité d'occurrence de  $e$ , résultera d'une modélisation *a priori* des propriétés du champ d'étiquettes. Celle-ci se fait simplement en supposant le champ  $E$  markovien relativement à un système de voisinages  $\mathcal{G} = \{\mathcal{G}_s, s \in S_2\}$ <sup>1</sup>. En vertu du théorème de Hammersley et Clifford [4],  $E$  suit une distribution de Gibbs

$$p(E = e) = \pi(e) \triangleq \frac{1}{Z} e^{-U_2(e)} \quad (3)$$

où

- La fonction d'énergie  $U_2(e)$  se décompose en une somme de potentiels locaux sur les cliques  $c \in \mathcal{C}$  engendrées par  $\mathcal{G}$ <sup>2</sup> :

$$U_2(e) \triangleq \sum_{c \in \mathcal{C}} V_c(e) \quad (4)$$

$V_c$  n'étant en fait fonction que des étiquettes portées par les sites de  $c$ .

---

<sup>1</sup>Rappel des propriétés d'un système de voisinages:

1.  $\forall s \in S_2, s \notin \mathcal{G}_s$
2.  $\forall (s, r) \subset S_2, r \in \mathcal{G}_s \Leftrightarrow s \in \mathcal{G}_r$

<sup>2</sup> $\mathcal{C}$  est l'ensemble des parties de  $S_2$  dont les éléments sont voisins deux à deux.

- $Z$ , fonction de partition, est définie par :

$$Z \triangleq \sum_{e \in \Omega} e^{-U_2(e)} . \quad (5)$$

C'est le choix des potentiels locaux  $V_c$  qui va permettre de conférer au champ d'étiquettes des propriétés *a priori* pertinentes.

Supposons que  $p(o/e) > 0, \forall o, \forall e$ . En posant  $U_1(e, o) = -\ln(p(o/e))$  on voit que  $\hat{e}$  est un minimum global de la fonction d'énergie  $U(e, o) = U_1(e, o) + U_2(e)$ :

$$\hat{e} = \arg \min_{e \in \Omega} U_1(e, o) + U_2(e) . \quad (6)$$

La recherche d'un tel minimum est un classique problème d'optimisation. Une solution approchée peut être obtenue soit par des algorithmes déterministes dont l'algorithme ICM (*iterative conditional modes*) est un exemple [4], soit par des algorithmes stochastiques de type "recuit simulé" [14]. Les algorithmes stochastiques convergent théoriquement vers un minimum global de la fonction d'énergie, mais avec une lenteur souvent rédhibitoire pour des espaces de configurations très grands. On leur préfère donc généralement des algorithmes déterministes. Ceux-ci, s'ils convergent beaucoup plus rapidement, présentent cependant l'inconvénient de se piéger dans d'éventuels minima locaux de la fonction d'énergie et risquent donc de converger vers des estimations de qualité inférieure. Pour pallier ce défaut on peut initialiser ces algorithmes avec des configurations supposées proches d'un minimum global. C'est cette idée qui est mise en oeuvre dans les techniques multigrilles descendantes.

## 2.2 Modèles multiéchelles

Lorsqu'on cherche à traiter par des techniques multigrilles un problème modélisé à l'aide de champs de Markov, la principale difficulté réside dans l'ajustement des différents paramètres en fonction de la résolution. Comme il est montré dans [15], le système de voisinage peut d'autre part varier d'un niveau à l'autre. Dans [15] Gidas a adapté l'approche par groupe de renormalisation issue de la physique statistique pour élaborer un modèle markovien multirésolution cohérent. Cette approche postule essentiellement que l'énergie d'une réalisation du champ de Markov étudié ne change pas avec le niveau de résolution. Malheureusement la méthode décrite par Gidas n'est vraiment utilisable que pour des modèles très simples. Bouman *et al.* [5] ont récemment présenté une approche différente basée sur l'estimation d'une pyramide de primitives à partir d'un seul niveau d'observations. Cependant cette modélisation reste heuristique, en particulier au niveau du réglage des paramètres.

L'approche que nous présentons, tout en abordant de façon cohérente le problème de multirésolution markovienne et celui associé, de conservation d'énergie à travers la structure multiéchelle, fournit une modélisation facilement implantable et qui peut être considérée comme une généralisation des travaux de B. Levy [24]. Nous



présentons maintenant de façon assez générale ce modèle markovien multiéchelle.

Supposons que les seules observations dont nous disposons pour établir notre modèle multiéchelle soient définies sur une grille  $S$  correspondant à l'échelle la plus fine, et que les étiquettes recherchées soient définies sur le même ensemble de sites :

$$E = \{E_s, s \in S\} \quad O = \{O_s, s \in S\}.$$

Supposons d'autre part que l'étiquette  $E_s$  en un site  $s$  ne soit liée aux observations que par l'intermédiaire de  $O_s$ . L'énergie  $U_1(e, o)$  se décompose de la façon suivante :

$$U_1(e, o) = \sum_{s \in S} l(e_s, o_s). \quad (7)$$

Cette décomposition est celle qui apparaît effectivement dans nombre des modèles markoviens existants. Quoi qu'il en soit, dans le cas où l'hypothèse précédente n'est pas réalisée, en restauration d'images floues par exemple [14], il est facile d'adapter les calculs qui vont suivre.

Enfin supposons que le système de voisinages  $\mathcal{G}$  soit constitué des 8-voisinages ou voisinages d'ordre 2, pour lesquels un site  $s$  a 8 voisins. Il existe alors 10 types de cliques, composées de 1, 2, 3 ou 4 sites mutuellement voisins (Fig.1). Ce système de voisinage est le plus répandu ; des voisinages d'ordre supérieur sont cependant parfois utilisés. Ce cas pourrait aussi être traité par ce qui va suivre.

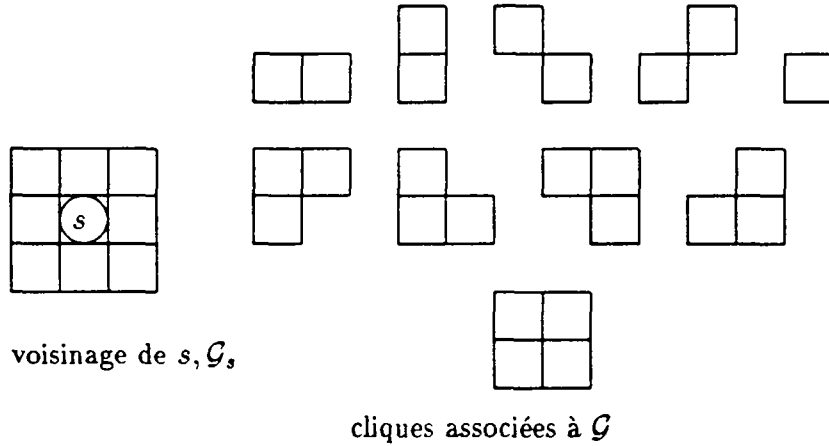


Figure 1 : Voisinage d'ordre 2 et cliques associées

L'idée d'une approche multiéchelle est de résoudre le problème (6) dans des espaces de configurations emboîtés  $\Omega^n \subset \Omega^{n-1} \subset \dots \subset \Omega^i \subset \dots \subset \Omega^1 \subset \Omega^0 = \Omega$  correspondant à des configurations de plus en plus "fines", dans un sens que nous allons préciser. Soit à estimer la suite de configurations :

$$\hat{e}(i) \triangleq \arg \min_{e \in \Omega^i} U_1(e, o) + U_2(e) . \quad (8)$$

Définissons maintenant ces sous-ensembles  $\Omega^i$  de configurations. Supposons que la grille rectangulaire  $S$  ait des dimensions de la forme  $2^m \times 2^{m'}$  ; alors on peut la diviser en  $N_i$  blocs carrés de  $2^i \times 2^i$  sites,  $i$  vérifiant  $i < \inf(m, m')$ . Notons  $B_k^i$ ,  $k = 1, \dots, N_i$  ces blocs et  $B^i$  la grille rectangulaire qu'ils forment. On a  $N_i = 2^{m+m'-2i}$ . Le sous-ensemble  $\Omega^i$  des champs d'étiquettes à l'échelle  $i$  est l'ensemble des configurations  $e \in \Omega$  constantes sur les blocs  $B_k^i$ ,  $k = 1, \dots, N_i$  :

$$e \in \Omega^i \Leftrightarrow \forall s \in B_k^i \quad e_s = e_k^i, \text{ pour } k = 1, \dots, N_i \quad (9)$$

$e_k^i$  étant donc l'étiquette commune à tous les sites du bloc  $B_k^i$  pour le champ  $e \in \Omega^i$ . Notons qu'il est tout à fait possible de donner une définition plus complexe à l'ensemble  $\Omega^i$ , comme par exemple l'ensemble des champs affines par morceaux sur les blocs  $B_k^i$ . Nous nous en tiendrons dans le présent article à la première définition.

Nous allons maintenant expliciter la fonction d'énergie  $U(e, o)$  pour une échelle  $i$  donnée. Pour cela on réécrit les fonctions d'énergie (4) et (7) en utilisant la propriété (9). Soit  $e \in \Omega^i$  :

$$\begin{aligned} U_1(e, o) &= \sum_{s \in S} l(e_s, o_s) \\ &= \sum_{B_k^i \in B^i} \sum_{s \in B_k^i} l(e_s, o_s) \end{aligned} \quad (10)$$

que l'on peut formuler :

$$U_1(e, o) = \sum_{B_k^i \in B^i} l^i(e_k^i, o) \quad (11)$$

avec :

$$l^i(e_k^i, o) \triangleq \sum_{s \in B_k^i} l(e_s, o_s) . \quad (12)$$

Définissons sur  $B^i$  la relation de voisinage suivante :

$$B_{k_1}^i \text{ et } B_{k_2}^i \text{ voisins} \Leftrightarrow \begin{cases} B_{k_1}^i = B_{k_2}^i \\ \text{ou} \\ \exists c \in \mathcal{C} : c \cap B_{k_1}^i \neq \emptyset, c \cap B_{k_2}^i \neq \emptyset \end{cases} \quad (13)$$

On voit simplement que l'on dote ainsi  $B^i$  d'un système de 8-voisinages. Soit  $\mathcal{D}^i$  l'ensemble des cliques associées.

Etant donnée une clique  $c$  de  $\mathcal{C}$ ,  $c$  peut être positionnée de quatre façons différentes par rapport à la grille de blocs  $B_k^i$  :

- $c$  est incluse dans un bloc  $B_k^i$  (Fig.2a):

$$c \subset B_k^i .$$

Soit  $\mathcal{C}_k^i$  l'ensemble de ces cliques.

- $c$  contient au moins deux sites et est “à cheval” sur deux blocs  $\{B_{k_1}^i, B_{k_2}^i\} \in \mathcal{D}^i$  (Fig.2b):

$$c \subset \bigcup_{l=1}^{l=2} B_{k_l}^i \quad \text{et} \quad c \cap B_{k_l}^i \neq \emptyset \quad \text{pour} \quad l = 1, 2 .$$

Soit  $\mathcal{C}_{k_1, k_2}^i$  l'ensemble de ces cliques.

- $c$  contient au moins trois sites et est “à cheval” sur trois blocs  $\{B_{k_1}^i, B_{k_2}^i, B_{k_3}^i\} \in \mathcal{D}^i$  (Fig.2c):

$$c \subset \bigcup_{l=1}^{l=3} B_{k_l}^i \quad \text{et} \quad c \cap B_{k_l}^i \neq \emptyset \quad \text{pour} \quad l = 1, 2, 3 .$$

Soit  $\mathcal{C}_{k_1, k_2, k_3}^i$  l'ensemble de ces cliques.

- $c$  contient quatre sites et est “à cheval” sur quatre blocs  $\{B_{k_1}^i, B_{k_2}^i, B_{k_3}^i, B_{k_4}^i\} \in \mathcal{D}^i$  (Fig.2d):

$$c \subset \bigcup_{l=1}^{l=4} B_{k_l}^i \quad \text{et} \quad c \cap B_{k_l}^i \neq \emptyset \quad \text{pour} \quad l = 1, 2, 3, 4 .$$

Soit  $\mathcal{C}_{k_1, k_2, k_3, k_4}^i$  l'ensemble de ces cliques.

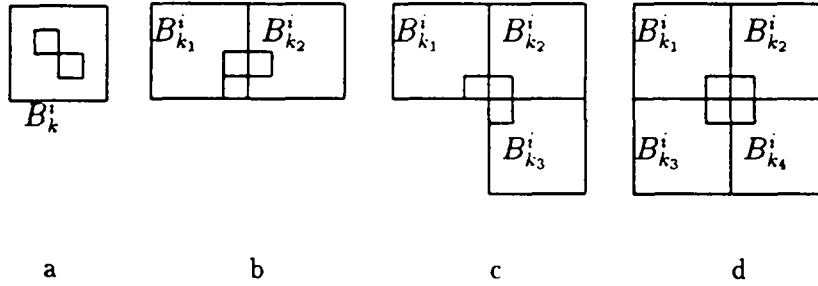


Figure 2 : Exemples de position d'une clique  $c$  par rapport aux blocs  $B_k^i$

L'énergie  $U_2(e)$  peut donc se décomposer de la façon suivante :

$$\begin{aligned}
 U_2(e) &= \sum_{c \in \mathcal{C}} V_c(e) \\
 &= \sum_{B_k^i \in \mathcal{B}^i} \sum_{c \in \mathcal{C}_k^i} V_c(e) \\
 &\quad + \sum_{\{B_{k_1}^i, B_{k_2}^i\} \in \mathcal{D}^i} \sum_{c \in \mathcal{C}_{k_1, k_2}^i} V_c(e)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \sum_{\{B_{k_1}^i, B_{k_2}^i, B_{k_3}^i\} \in \mathcal{D}^i} \sum_{c \in \mathcal{C}_{k_1, k_2, k_3}^i} V_c(e) \\
& + \sum_{\{B_{k_1}^i, B_{k_2}^i, B_{k_3}^i, B_{k_4}^i\} \in \mathcal{D}^i} \sum_{c \in \mathcal{C}_{k_1, k_2, k_3, k_4}^i} V_c(e)
\end{aligned} \tag{14}$$

que l'on peut simplifier :

$$\begin{aligned}
U_2(e) &= \sum_{B_k^i \in \mathcal{B}^i} V_k^i(e_k^i) \\
&+ \sum_{\{B_{k_1}^i, B_{k_2}^i\} \in \mathcal{D}^i} V_{k_1, k_2}^i(e_{k_1}^i, e_{k_2}^i) \\
&+ \sum_{\{B_{k_1}^i, B_{k_2}^i, B_{k_3}^i\} \in \mathcal{D}^i} V_{k_1, k_2, k_3}^i(e_{k_1}^i, e_{k_2}^i, e_{k_3}^i) \\
&+ \sum_{\{B_{k_1}^i, B_{k_2}^i, B_{k_3}^i, B_{k_4}^i\} \in \mathcal{D}^i} V_{k_1, k_2, k_3, k_4}^i(e_{k_1}^i, e_{k_2}^i, e_{k_3}^i, e_{k_4}^i)
\end{aligned} \tag{15}$$

avec :

$$V_k^i(e_k^i) \triangleq \sum_{c \in \mathcal{C}_k^i} V_c(e) \tag{16}$$

$$V_{k_1, k_2}^i(e_{k_1}^i, e_{k_2}^i) \triangleq \sum_{c \in \mathcal{C}_{k_1, k_2}^i} V_c(e) \tag{17}$$

$$V_{k_1, k_2, k_3}^i(e_{k_1}^i, e_{k_2}^i, e_{k_3}^i) \triangleq \sum_{c \in \mathcal{C}_{k_1, k_2, k_3}^i} V_c(e) \tag{18}$$

$$V_{k_1, k_2, k_3, k_4}^i(e_{k_1}^i, e_{k_2}^i, e_{k_3}^i, e_{k_4}^i) \triangleq \sum_{c \in \mathcal{C}_{k_1, k_2, k_3, k_4}^i} V_c(e) . \tag{19}$$

Les vraisemblances  $l(e_s, o_s)$ ,  $s \in S$  et les potentiels  $V_c(e)$ ,  $c \in \mathcal{C}$  étant donnés il est alors possible grâce à (11) et (15) d'expliciter simplement l'énergie totale  $U(e, o)$  pour les configurations appartenant à l'un des sous-ensembles  $\Omega^i$ . C'est ce que nous allons faire pour deux exemples d'analyse du mouvement dans les sections suivantes. Mais voyons auparavant comment le modèle développé peut être interprété en terme de structuration pyramidale des primitives.

## 2.3 Modèle multiéchelle et modèle pyramidal

On peut remarquer que le terme  $U_2(e)$ ,  $e \in \Omega^i$  donné par (15) se décompose sur les cliques de blocs engendrées par un système de 8-voisinage. D'autre part chaque bloc ne présente qu'une variable à estimer : l'étiquette  $e_k^i$  commune aux différents sites qui le composent. Il semble donc naturel pour une échelle donnée, d'assimiler chaque bloc  $B_k^i$  à un unique site  $s$  d'une nouvelle grille rectangulaire  $S^i$  isomorphe à  $B^i$ . En particulier  $S^i$  est dotée d'un système de 8-voisinage que l'on notera  $\mathcal{G}^i$ . Celui-ci

engendrer un ensemble de cliques  $C^i$ . Chacun de ces sites  $s \in S^i$  portera l'étiquette du bloc qu'il représente, et que l'on notera  $E_s^i$ . On définit ainsi de nouveaux champs d'étiquettes  $E^i = \{E_s^i, s \in S^i\}$  ayant respectivement pour ensemble de configurations  $\Gamma^i = \Lambda^{|S^i|}$  isomorphe à  $\Omega^i$ , avec  $\Gamma^0 = \Omega^0 = \Omega$ . Notons  $\Phi^i$  la bijection de  $\Gamma^i$  dans  $\Omega^i$  (Fig.3) :

$$\begin{aligned} \Phi^i : \Gamma^i &\longrightarrow \Omega^i \\ e^i &\longmapsto e = \Phi^i(e^i) \end{aligned} \quad (20)$$

On obtient finalement une structure pyramidale des primitives dans le sens où chaque grille  $S^i$  est quatre fois plus petite que la "précédente"  $S^{i-1}$  (Fig.4).

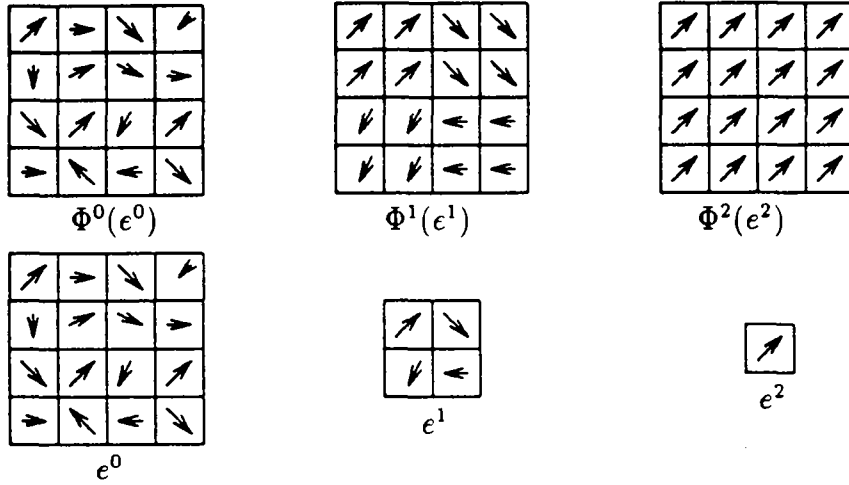


Figure 3 : Exemples de configurations  $e^i \in \Gamma^i$  et  $\Phi^i(e^i) \in \Omega^i$

Il reste à définir pour chaque niveau de résolution  $i$  la distribution jointe  $p(e^i, o) = \frac{1}{Z^i} \exp\{-U^i(e^i, o)\}$ . Pour cela on poursuit l'identification entre  $\Gamma^i$  et  $\Omega^i$ . Etant donnée une configuration  $e^i \in \Gamma^i$  et  $\Phi^i(e^i)$  la configuration correspondante dans  $\Omega^i$  ( $\Phi^i(e^i)$  est en quelque sorte le "zoom" de  $e^i$  à la résolution la plus fine), on pose :

$$U^i(e^i, o) \triangleq U_1^i(e^i, o) + U_2^i(e^i) \quad (21)$$

avec

$$U_1^i(e^i, o) \triangleq U_1(\Phi^i(e^i), o) \quad (22)$$

$$U_2^i(e^i) \triangleq U_2(\Phi^i(e^i)) . \quad (23)$$

L'expression (11) permet d'écrire :

$$U_1^i(e^i, o) \triangleq \sum_{s \in S^i} l^i(e_s^i, o) \quad (24)$$

avec :

$$l^i(e_s^i, o) = \sum_{r \in B_s^i} l(e_r, o_r) \quad (25)$$

où  $B_s^i$  est le bloc de  $B^i$  associé au site  $s$  de  $S^i$ , et  $e$  désigne pour simplifier  $\Phi^i(e^i)$ . On retrouve pour cette énergie l'expression introduite de façon heuristique par Bouman *et al.* dans leur modèle pyramidal [5]. Quant au second terme de l'énergie il s'écrit très simplement d'après (15):

$$U_2^i(e^i) = \sum_{c \in C^i} V_c^i(e^i) \quad (26)$$

où les potentiels  $V_c^i(e^i)$  se déduisent facilement de (16), (17), (18) et (19). Ils se calculent à partir des potentiels  $V_c(e)$ . Notons que Bouman *et al.* [5] évoquent, dans le cas particulier de la segmentation d'images texturées, une définition identique des fonctions d'énergie des champs d'étiquettes aux différentes résolutions. Mais en raison de la modification de l'anisotropie du modèle à travers la structure pyramidale induite par cette définition (voir section 3), ils ont préféré conserver la méthode classique et heuristique consistant à prendre le même modèle (système de voisinage, forme des fonctions de potentiel et valeurs des paramètres) à chaque niveau. Les résultats que nous présentons plus loin semblent montrer que les réticences liées à la modification des propriétés spatiales du modèle markovien avec l'échelle ne sont pas fondées.

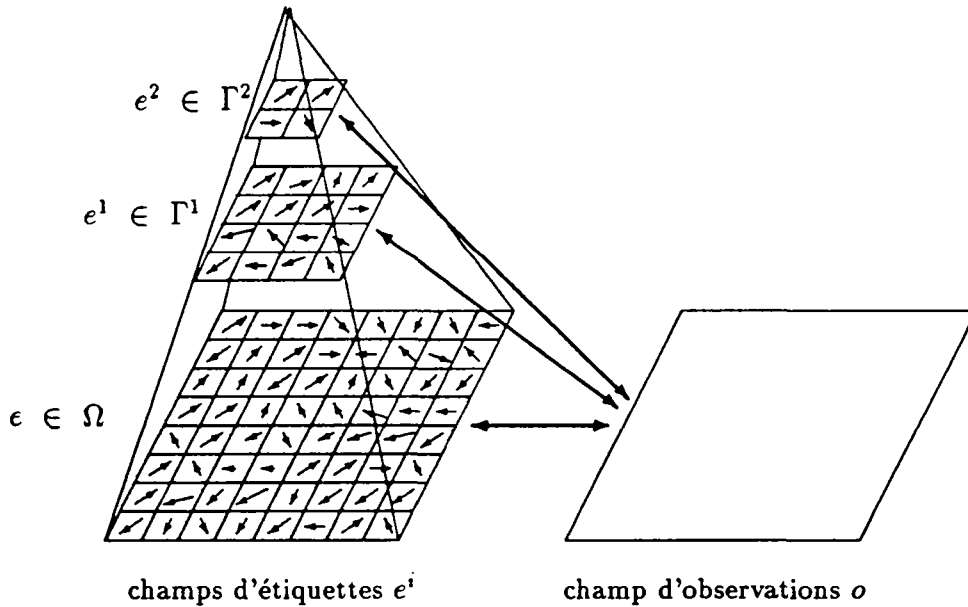


Figure 4 : Structuration pyramidale des primitives

L'identité d'énergie entre  $e^i \in \Gamma^i$  et  $\Phi^i(e^i)$  la configuration correspondante dans  $\Omega^i$  permet de remplacer de façon équivalente l'estimation des configurations  $\hat{e}(i) \in \Omega^i$

définies par (8), par l'estimation de la suite de configurations  $\hat{e}^i \in \Gamma_i$  :

$$\hat{e}^i = \arg \min_{e^i \in \Gamma^i} U_1^i(o, e^i) + U_2^i(e^i) . \quad (27)$$

Ceci permet une implémentation avantageuse du modèle car dans cette version pyramidale, le volume des données traitées est d'autant plus faible que la résolution est grossière. D'un point de vue pratique, nous traitons ce problème d'optimisation multiple par une classique stratégie descendante associée à un algorithme déterministe (l'algorithme ICM en l'occurrence, [4]) :  $\hat{e}^n$  est estimée la première ; ensuite, si  $\tilde{e}^i$  désigne l'estimée de  $\hat{e}^i$  obtenue, alors l'algorithme d'estimation à la résolution  $i - 1$  est initialisé par  $[\Phi^{i-1}]^{-1} \circ \Phi^i(\tilde{e}^i)$ , interpolation par répétition de  $\tilde{e}^i$  au niveau  $i - 1$  (Fig.5).

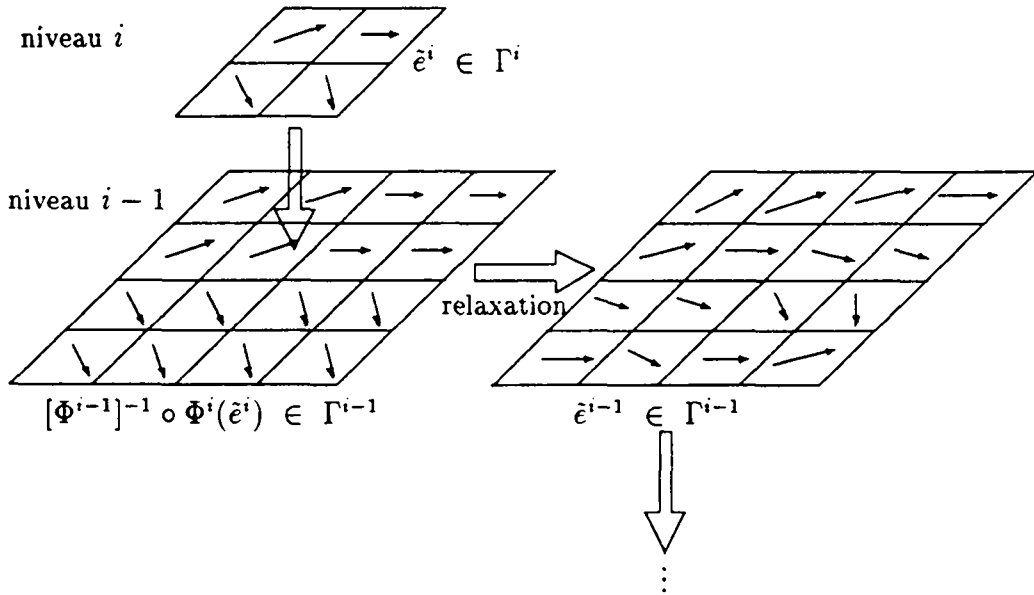


Figure 5 : Stratégie multiéchelle descendante

Notons bien qu'à chaque niveau de résolution, la modélisation markovienne de la distribution jointe  $p(e^i, o) = \frac{1}{Z^i} \exp\{-U^i(e^i, o)\}$  se déduit complètement de la distribution à la résolution maximale  $p(e, o) = \frac{1}{Z} \exp\{-U(e, o)\}$ . En particulier on obtient pour la modélisation *a priori* du champ d'étiquettes  $E^i$  un champ de Markov entièrement déterminé (système de voisinages, forme des fonctions de potentiel et paramètres de ces fonctions) par la donnée des caractéristiques du champ à résolution 0.

### 3 Applications en analyse du mouvement

#### 3.1 Application à un modèle simple de détection du mouvement

Nous avons appliqué l'approche multiéchelle qui vient d'être décrite à un modèle markovien de détection du mouvement. Ce modèle permet de détecter le mouvement dans une scène statique avec objets mobiles dans le cas où le recouvrement d'un masque de mouvement par lui-même entre deux images successives est faible [7] (un modèle plus complexe a été développé pour appréhender ce problème de recouvrement [7]).

La grille  $S$  considérée est une grille de sites *pixels* et l'on travaille sur une séquence d'images échantillonnées à intervalle  $dt$  dans le temps. Soit  $f_t(s)$  la luminance (ou intensité) observée à l'instant  $t$  au site  $s$  (pour plus de commodité le site considéré n'est plus placé en indice pour permettre d'indiquer en indice l'instant considéré). La détection du mouvement repose sur l'analyse des variations de la fonction de luminance entre deux instants  $t - dt$  et  $t$ . Les observations sont donc les différences inter-images

$$o_t(s) \triangleq |f_t(s) - f_{t-dt}(s)|. \quad (28)$$

A ces observations quantitatives sont ajoutées des observations symboliques binaires  $\bar{o}_t(s) \in \{0, 1\}$  indiquant la présence ( $\bar{o}_t(s) = 1$ ) ou l'absence ( $\bar{o}_t(s) = 0$ ) de variations significatives de luminance au site  $s$  entre les instants  $t - dt$  et  $t$ . Elles sont obtenues par un détecteur de changement dans lequel l'intensité est localement modélisée par une fonction linéaire additionnée d'un bruit blanc gaussien de variance constante (voir [7] pour plus de détails).

Les étiquettes quant à elles prennent leurs valeurs dans  $\Lambda = \{0, 1\}$ , pour indiquer l'absence ou la présence de mouvement en chacun des sites pixels à l'instant  $t$  :

$$\begin{cases} e_t(s) = 0 & \Rightarrow s \in \text{zone statique}, \\ e_t(s) = 1 & \Rightarrow s \in \text{zone en mouvement}. \end{cases} \quad (29)$$

Enfin les observations aux instants  $t$  et  $t + dt$  seront nécessaires à la détection des mouvements à l'instant  $t$  (on utilise donc les images  $f_{t-dt}$ ,  $f_t$  et  $f_{t+dt}$  de la séquence). La fonction d'énergie globale se décompose en trois termes :

$$U(e_t, o_t, o_{t+dt}, \bar{o}_t, \bar{o}_{t+dt}) \triangleq \underbrace{U_{11}(e_t, o_t, o_{t+dt}) + U_{12}(e_t, \bar{o}_t, \bar{o}_{t+dt})}_{U_1(e_t, o_t, o_{t+dt}, \bar{o}_t, \bar{o}_{t+dt})} + U_2(e_t) \quad (30)$$

que nous allons détailler :

- conformément au modèle général présenté en section 2, l'énergie  $U_2$  se décompose en somme de potentiels sur les cliques engendrée par un système de 8-voisinage

$$U_2(e_t) \triangleq \sum_{c \in C} V_c(e_t) \quad (31)$$



Le choix des potentiels permet de conférer des propriétés *a priori* sur le champ d'étiquettes. Dans cette application, nous recherchons des masques de mouvement compacts, à l'image des objets mobiles dont ils sont la projection dans le plan image. Nous attribuons pour cela un potentiel non nul aux seules cliques binaires  $c = \{s_1, s_2\} \in \mathcal{C}$ . Il s'agit d'un potentiel "à niveaux", indépendant de l'orientation des cliques :

$$V_{\{s_1, s_2\}}(e_t) \triangleq \begin{cases} +\beta_2 & \text{si } e_t(s_1) \neq e_t(s_2) \\ -\beta_2 & \text{si } e_t(s_1) = e_t(s_2) \end{cases} \quad (32)$$

où  $\beta_2$  est un paramètre réel positif.

- $U_{11}$  exprime le lien entre variations temporelles de luminance et étiquettes, selon un modèle statistique (voir [7]) :

$$U_{11}(e_t, o_t, o_{t+dt}) \triangleq \sum_{s \in S} \left\{ \frac{1}{2\sigma^2} [o_{t+dt}(s) - \Psi(e_t(s))]^2 + \frac{1}{2\sigma^2} [o_t(s) - \Psi(e_t(s))]^2 \right\} \quad (33)$$

où :

$$\Psi(e_t(s)) \triangleq \begin{cases} 0 & \text{si } e_t(s) = 0 \\ \mu & \text{si } e_t(s) = 1 \end{cases} \quad (34)$$

$\sigma^2$  est une variance supposée connue et  $\mu$  est un paramètre réel positif représentant en quelque sorte la variation moyenne de luminance en un site où se produit un mouvement.

- $U_{12}$  permet d'éviter la prise en compte des zones d'occlusion (zones apparaissant ou disparaissant entre deux instants) aux bords des masques [7]:

$$U_{12}(e_t, \bar{o}_t, \bar{o}_{t+dt}) \triangleq \sum_{s \in S} l(e_t(s), \bar{o}_t(s), \bar{o}_{t+dt}(s)) \quad (35)$$

les valeurs de la fonction  $l$  étant données par la table 1 ( $\beta_1$  est un paramètre réel positif).

L'énergie  $U_1 = U_{11} + U_{12}$  étant manifestement de la forme (7), ce modèle de détection entre bien dans le cadre général présenté dans la section 2.2. Nous pouvons donc, à partir de ce modèle markovien déduire par la méthode proposée un modèle multiéchelle, dans lequel la distribution jointe à une échelle  $i$  est

$$p(e_t^i, o_t, o_{t+dt}, \bar{o}_t, \bar{o}_{t+dt}) = \frac{1}{Z_i} \exp\{-U^i(e_t^i, o_t, o_{t+dt}, \bar{o}_t, \bar{o}_{t+dt})\}$$

où l'énergie globale à l'échelle  $i$  s'écrit :

$$U^i(e_t^i, o_t, o_{t+dt}, \bar{o}_t, \bar{o}_{t+dt}) \triangleq U_{11}^i(e_t^i, o_t, o_{t+dt}) + U_{12}^i(e_t^i, \bar{o}_t, \bar{o}_{t+dt}) + U_2^i(e_t^i) \quad (36)$$

$e_t(s)$	$\bar{o}_t(s)$	$\bar{o}_{t+dt}(s)$	$l(e_t(s), \bar{o}_t(s), \bar{o}_{t+dt}(s))$
0	0	0	$-\beta_1/2$
0	0	1	$-\beta_1/2$
1	0	0	$\beta_1$
1	0	1	$\beta_1$
0	1	0	$-\beta_1/2$
0	1	1	$\beta_1$
1	1	0	$\beta_1$
1	1	1	$-\beta_1/2$

Table 1 : Définition de la fonction  $l_s(e_t(s), \bar{o}_t(s), \bar{o}_{t+dt}(s))$

D'après (24) et (25):

$$U_{11}^i(e_t^i, o_t, o_{t+dt}) \triangleq \sum_{s \in S^i} \sum_{r \in B_s^i} \frac{[o_{t+dt}(r) - \Psi(e_t^i(s))]^2 + [o_t(r) - \Psi(e_t^i(s))]^2}{2\sigma^2} \quad (37)$$

$$U_{12}^i(e_t^i, \bar{o}_t, \bar{o}_{t+dt}) \triangleq \sum_{s \in S^i} \sum_{r \in B_s^i} l(e_t^i(s), \bar{o}_t(r), \bar{o}_{t+dt}(r)) \quad (38)$$

la fonction  $l$  étant donnée par la table 1.

Quant à l'énergie  $U_2^i$ , les calculs donnent :

$$U_2^i(e_t^i) \triangleq \sum_{c \in C^i} V_c^i(e_t^i) \quad (39)$$

où un système de 8-voisinage est considéré. Les potentiels  $V_c^i$  sont nuls sur les cliques de plus de deux sites. Si  $C_h^i$ ,  $C_v^i$ , et  $C_d^i$  sont respectivement les ensembles de cliques binaires horizontales, verticales et diagonales, alors les potentiels sont les suivants :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \text{pour } s \in S^i & V_s^i(e_t^i) \triangleq -p^i \cdot \beta_2 \\ \text{pour } \{s_1, s_2\} \in C_h^i \cup C_v^i & V_{\{s_1, s_2\}}^i(e_t^i) \triangleq \begin{cases} +q_{hv}^i \cdot \beta_2 & \text{si } e_t^i(s_1) \neq e_t^i(s_2) \\ -q_{hv}^i \cdot \beta_2 & \text{si } e_t^i(s_1) = e_t^i(s_2) \end{cases} \\ \text{pour } \{s_1, s_2\} \in C_d^i & V_{\{s_1, s_2\}}^i(e_t^i) \triangleq \begin{cases} +q_d^i \cdot \beta_2 & \text{si } e_t^i(s_1) \neq e_t^i(s_2) \\ -q_d^i \cdot \beta_2 & \text{si } e_t^i(s_1) = e_t^i(s_2) \end{cases} \end{array} \right. \quad (40)$$

avec  $p^i = 2(2^i - 1)(2^{i+1} - 1)$ ,  $q_{hv}^i = 2^i + 2(2^i - 1)$  et  $q_d^i = 1$ . On observe pour  $i > 0$  l'apparition d'une anisotropie spatiale inexistante au niveau le plus fin. En effet, alors que le paramètre associé aux cliques diagonales reste égal à 1, celui correspondant aux cliques horizontales et verticales prend des valeurs qui augmente avec  $i$ .

Le modèle multiéchelle ainsi défini a été appliqué à différentes séquences, associé à une technique descendante classique et à une estimation des champs d'étiquettes

par l'algorithme ICM, comme il est expliqué dans la section 2.3. La structuration pyramidale des étiquettes est faite sur quatre niveau ( $n = 4$ ) et l'algorithme ICM est appliqué en balayant l'image dans le sens lexicographique (de gauche à droite et de haut en bas) puis dans le sens contraire. On notera RME (Relaxation Multiéchelle) cette méthode.

A titre de comparaison nous avons appliqué aux mêmes séquences les algorithmes suivants :

- estimation monorésolution du champ d'étiquettes par relaxation déterministe (ICM).
- estimation monorésolution par relaxation stochastique basée sur l'échantillonneur de Gibbs [14]. La loi de descente en température utilisée est exponentielle :  $T(j) = T_0.A^j$  avec  $A = 0.97$  et  $T_0 = 300$ .
- estimation multirésolution classique (stratégie descendante) avec relaxation déterministe (ICM) : on construit une pyramide passe-bas d'observations. L'estimation se fait de la résolution la plus grossière vers la plus fine avec initialisation au niveau  $i$  par l'estimée obtenue au niveau  $i + 1$ . Le modèle markovien à chaque niveau est celui décrit par (30), (31), (33) et (35), avec les mêmes paramètres pour tous les niveaux.
- estimation multiéchelle sur la base du modèle présenté et défini dans le cadre de la détection par (36),(37),(38), (39) et (40).

Nous noterons RD (Relaxation Déterministe), RS (Relaxation Stochastique), et RMR (Relaxation Multirésolution) les trois algorithmes précédents. Pour les quatre algorithmes, dans le cas où la relaxation n'est pas initialisée par une estimée à un niveau précédent, elle est initialisée par  $\bar{o}_i^1$ .

Nous présentons ici l'exemple d'une scène réelle de trafic routier appelée "auto-route" (Fig.6a) dans laquelle :

- un camion suivi d'une voiture s'éloignent de l'observateur, tandis qu'une seconde voiture est en train de doubler le camion,
- dans le coin supérieur gauche de l'image on aperçoit plusieurs voitures venant en sens inverse.

La taille des images de cette séquence est  $128 \times 256$  pixels.

Les valeurs données aux différents paramètres sont les mêmes pour les quatre algorithmes :

$$\beta_1 = 100 \quad \beta_2 = 20 \quad \mu = 10$$

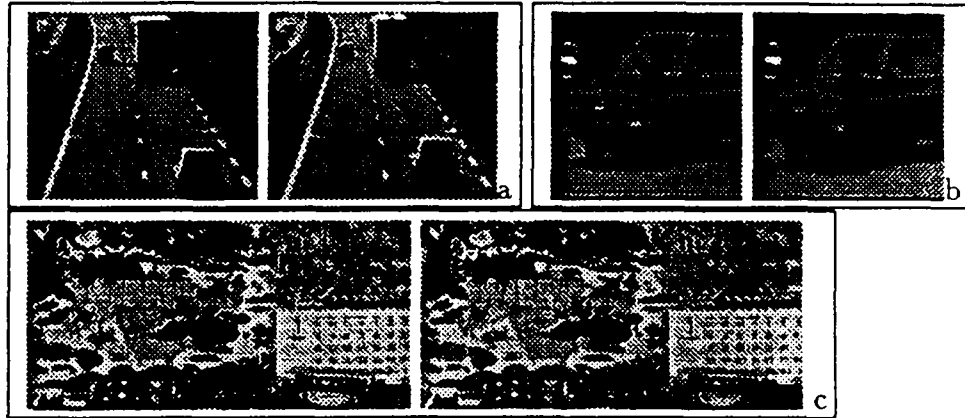


Figure 6 : Deux images des séquences étudiées : (a) séquence "autoroute", (b) séquence "voiture", (c) séquence "mobi"

Le critère d'arrêt est le même dans tous les cas : la relaxation qu'elle soit déterministe ou stochastique est stoppée dès qu'un balayage complet de l'image se produit avec au plus un changement d'étiquette.

Dans ce problème, les énergies obtenues par les différents algorithmes testés sont sensiblement les mêmes. Cela tendrait à prouver que dans ce cas précis la fonction d'énergie est dépourvue de minima locaux prononcés : quelle que soit la méthode employée, on converge assez rapidement vers le minimum global de l'énergie. Nous indiquons cependant pour chacun des algorithmes les temps de convergence en nombres d'itérations équivalentes (table 2), une itération équivalente correspondant au balayage complet de l'image à résolution maximale.

<i>algorithme</i>	RD	RS	RMR	RME
<i>nb itérations équivalentes</i>	22	294	17.8	7.25

Table 2 : Temps de convergence en nombres d'itérations équivalentes

Les masques obtenus pour chacun des algorithmes sont présentés Fig.7. On constate que la multirésolution classique (RMR) converge plus lentement que l'algorithme multiéchelle et qu'en l'absence d'ajustement des paramètres par rapport à l'échelle, le résultat obtenu est de mauvaise qualité : deux objets mobiles (le camion et la voiture qui le double) n'ont pas été détectés. Cela est dû à l'important recouvrement de ces deux objets entre les deux images successives considérées. Dans la mesure où ils correspondent à des zones assez homogènes, les variations temporelles détectées sont très faibles<sup>3</sup>. Une telle dégradation des résultats par l'introduction de techniques multigrilles classiques est un risque intrinsèque de cette méthode. En

<sup>3</sup>Un modèle de détection plus sophistiqué prend en compte ce problème de recouvrement dans [7]

effet, les modèles généralement développés ont un domaine de validité restreint à un type d'images dont les caractéristiques sont rarement indépendantes de l'échelle. Ainsi, dans notre exemple, il est possible d'améliorer les résultats de la relaxation multirésolution (RMR), mais pour cela un réglage entièrement heuristique des paramètres en fonction de la résolution est nécessaire. Cette difficulté n'apparaît pas dans notre relaxation multiéchelle dans la mesure où le modèle intègre lui-même de façon cohérente une adaptation du modèle d'origine aux différents niveaux de la structure pyramidale d'étiquettes. Enfin remarquons que c'est ce dernier algorithme qui présente, dans ce cas, la plus grande vitesse de convergence.

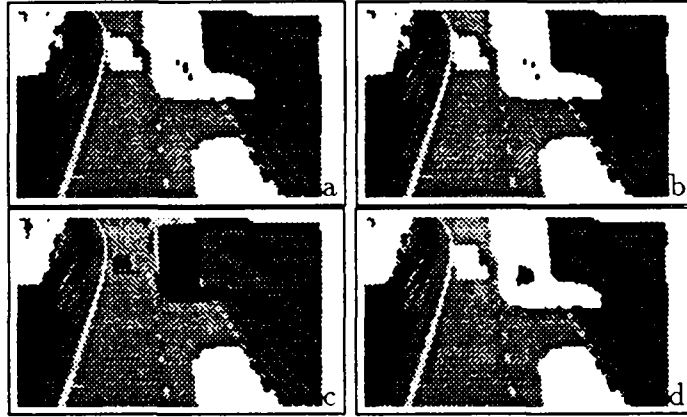


Figure 7 : Résultats des quatre versions de l'algorithme de détection en un instant de la séquence "autoroute": (a) RD (b) RS (c) RMR (d) RME

### 3.2 Application à un modèle simple de mesure du déplacement

Nous avons procédé de la même façon pour un modèle simple et classique de mesure du déplacement dans une séquence d'images [23].

Dans ce modèle, les luminances observées,  $f_t(s), s \in S$ , sont les uniques observations utilisées pour l'estimation. On cherche à estimer le champ de déplacement  $\mathbf{d}_t = \{\mathbf{d}_t(s), s \in S\}$  entre les instants  $t$  et  $t + dt$ . Le vecteur  $\mathbf{d}_t(s)$  exprime que le point physique situé au site  $s$  à l'instant  $t$  se trouve au site  $s + \mathbf{d}_t(s)$  à l'instant  $t + dt$ . Ces vecteurs sont donc définis sur la même grille de discrétisation  $S$ . On limite de plus l'espace des configurations en imposant aux composantes (entières) de ces vecteurs d'appartenir à  $\{-d_{max}, d_{max}\}$  avec  $d_{max} \in \mathbb{N}^*$ . Ainsi  $\Lambda = \{-d_{max}, d_{max}\} \times \{-d_{max}, d_{max}\}$ , et  $\text{card } \Lambda = (2d_{max} + 1)^2$ .

La fonction d'énergie globale se décompose en deux termes

$$U(\mathbf{d}_t, f_t, t_{t+dt}) \triangleq \underbrace{\sum_{s \in S} l(\mathbf{d}_t(s), f_t(s), f_{t+dt}(s))}_{U_1(\mathbf{d}_t, f_t, f_{t+dt})} + \underbrace{\sum_{c \in C} V_c(\mathbf{d}_t)}_{U_2(\mathbf{d}_t)}$$

où :

- le premier terme correspond à la DFD (différence inter-images déplacée), et exprime l'hypothèse de luminance constante au cours du temps pour un point physique donné :

$$\forall s \in S, \quad l(\mathbf{d}_t(s), f_t(s), f_{t+dt}(s)) \triangleq \{ f_t(s) - f_{t+dt}(s + \mathbf{d}_t(s)) \}^2 \quad (41)$$

- le second terme dit de "régularisation" favorise les champs de déplacement "lisses" et pénalise donc les variations brutales entre deux sites voisins.  $C$  étant l'ensemble des cliques engendrées sur  $S$  par un système de 8-voisinages :

$$\forall c \in C, \quad V_c(\mathbf{d}_t) \triangleq \begin{cases} \alpha \|\mathbf{d}_t(s_1) - \mathbf{d}_t(s_2)\|^2 & \text{si } c = \{s_1, s_2\} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (42)$$

où  $\alpha$  est un paramètre réel positif permettant de régler le poids relatif des deux énergies  $U_1$  et  $U_2$ .

Contrairement au modèle de détection précédemment étudié, le présent modèle, bien que de formulation simple, conduit à une optimisation difficile. En effet, du fait de la forte non-linéarité de la fonction à estimer (due au terme de DFD) [22], celle-ci présente de nombreux minima locaux vers lesquels les algorithmes de relaxation risquent de converger. Il s'agit donc d'un exemple intéressant pour comparer en terme de vitesse de convergence et de qualité de l'estimée, les approches multirésolutions classiques et l'approche multiéchelle que nous proposons.

Le modèle remplissant les différentes conditions énoncées dans la section 2.2, on peut en dériver un modèle multiéchelle caractérisé à l'échelle  $i$  par la fonction d'énergie :

$$U^i(\mathbf{d}_t^i, f_t, t_{t+dt}) \triangleq U_1^i(\mathbf{d}_t^i, f_t, f_{t+dt}) + U_2^i(\mathbf{d}_t^i). \quad (43)$$

Comme pour la détection, (24) et (25) donnent :

$$U_1^i(\mathbf{d}_t^i, f_t, f_{t+dt}) \triangleq \sum_{s \in S^i} \sum_{r \in B_s^i} \{ f_t(r) - f_{t+dt}(r + \mathbf{d}_t^i(s)) \}^2 \quad (44)$$

et après calculs, on trouve pour l'énergie  $U_2^i$  l'expression suivante :

$$U_2^i(\mathbf{d}_t^i) \triangleq \sum_{c \in C^i} V_c^i(\mathbf{d}_t^i) \quad (45)$$

où  $S^i$  est munie d'une structure de 8-voisinages et les potentiels  $V_c^i$  valent :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \text{pour } c \in \mathcal{C} - (\mathcal{C}_h \cup \mathcal{C}_v \cup \mathcal{C}_d) & V_c^i(d_t^i) \triangleq 0 \\ \text{pour } \{s_1, s_2\} \in \mathcal{C}_h^i \cup \mathcal{C}_v^i & V_{\{s_1, s_2\}}^i(d_t^i) \triangleq q_{hv}^i \cdot \alpha \|d_t^i(s_1) - d_t^i(s_2)\|^2 \\ \text{pour } \{s_1, s_2\} \in \mathcal{C}_d^i & V_{\{s_1, s_2\}}^i(d_t^i) \triangleq q_d^i \cdot \alpha \|d_t^i(s_1) - d_t^i(s_2)\|^2 \end{array} \right. \quad (46)$$

avec  $q_{hv}^i = 2^i + 2(2^i - 1)$  et  $q_d^i = 1$ . Comme dans le cas de la détection du mouvement, l'application du modèle multiéchelle induit pour  $i > 0$  une anisotropie spatiale inexistante au niveau le plus fin ( $i = 0$ ).

Pour l'étude comparative des différents algorithmes markoviens d'estimation du déplacement par DFD, nous avons dans un premier temps utilisé quatre séquences :

- la séquence "autoroute" dont il a déjà été question (Fig.6a) ;
- une séquence nommée "voiture" d'images  $64 \times 64$  pixels, combinant un mouvement translationnel de la caméra et le mouvement d'une voiture se rapprochant de l'observateur (Fig.6b) ;
- une séquence nommée "mobi" d'images  $128 \times 336$  pixels, dans laquelle la caméra effectue un panoramique sur une scène où l'on distingue une tapisserie de fond, un calendrier en translation verticale et un train se déplaçant en poussant un ballon (Fig.6c) ;

Les quatre algorithmes testés sont, comme pour la détection :

- la relaxation déterministe monorésolution (RD).
- la relaxation stochastique (RS) basée sur l'échantillonneur de Gibbs, avec la loi exponentielle de descente en température  $T(j) = T_0 \cdot A^j$ .
- la relaxation multirésolution classique avec ICM (RMR) sur une pyramide à trois niveaux ( $n = 3$ ), avec la même valeur du paramètre  $\alpha$  à tous les niveaux.
- la relaxation multiéchelle (RME) basée sur le modèle précédemment développé, avec  $n = 3$ .

Pour les deux séquences, nous avons pris  $\alpha = 20$ , et le critère d'arrêt des algorithmes est le suivant : l'algorithme de relaxation est stoppé lorsque qu'un balayage complet de l'image se fait en changeant un nombre d'étiquettes inférieur ou égal à un seuil  $\tau^i$  dépendant du niveau de résolution ( $\tau^0 = 10, \tau^1 = 2$  et  $\tau^2 = 0$  pour la séquence "autoroute",  $\tau^0 = 0, \tau^1 = 0$  et  $\tau^2 = 0$  pour les séquences "voiture" et "mobi"). Enfin, dans le cas où la relaxation n'est pas initialisée par une estimée à un niveau précédent, l'initialisation est aléatoire.

Les temps de convergence en nombre d'itérations équivalentes et les énergies finales pour chacun des algorithmes sont fournis dans les tables 3, 4, et 5. Pour les séquences "voiture" et "mobi", c'est logiquement la relaxation stochastique (RS) qui fournit l'énergie la plus faible, mais au prix d'un nombre d'itérations considérable ; l'algorithme multiéchelle (RME) que nous proposons, tout en étant le plus rapide des quatre, permet d'atteindre l'énergie la plus faible après celle obtenue par la relaxation stochastique ; enfin, la relaxation multirésolution déterministe classique (RMR) converge rapidement vers un minimum local de valeur assez élevée, parfois supérieure à celle de l'énergie obtenue par relaxation déterministe monorésolution (RD). Les constats sont les mêmes pour la séquence "autoroute" à ceci près que l'algorithme de relaxation stochastique fournit pour le nombre d'itérations considéré une énergie supérieure à celle obtenue par l'algorithme multiéchelle. Un meilleur choix de la loi de descente en température (avec en particulier un coefficient  $A$  plus grand) doit sans doute permettre de converger vers une configuration d'énergie inférieure.

Les champs de déplacement obtenus pour chacune des séquences sont donnés respectivement en Fig.8, Fig.9 et Fig.10. Ils sont sous-échantillonnés pour plus de lisibilité. L'observation de ces champs va dans le sens des remarques précédentes : l'algorithme multiéchelle proposé fournit des résultats proches de ceux obtenus par une relaxation stochastique très coûteuse en temps de calculs.

<i>algorithme</i>	RD	RS	RMR	RME
<i>nb itérations équivalentes</i>	18	504	10.5	6.5
<i>énergie finale</i>	184192	126106	202727	163550

Table 3 : Temps de convergence en nombres d'itérations équivalentes et énergies finales pour la séquence "voiture"

<i>algorithme</i>	RD	RS	RMR	RME
<i>nb itérations équivalentes</i>	32	259	16.88	7.46
<i>énergie finale</i>	1117945	766427	811468	749471

Table 4 : Temps de convergence en nombres d'itérations équivalentes et énergies finales pour la séquence "autoroute"

Pour valider les précédents résultats nous avons testé les quatre algorithmes sur 41 paires d'images  $64 \times 64$  pixels obtenues par mouvement synthétique de fragments de scènes réelles. Le mouvement synthétique utilisé est le même pour toutes les paires d'images (Fig.11). Il est composé de quatre régions de mouvement : la région supérieure gauche correspond à une translation, la région supérieure droite est animée d'un mouvement divergent, la région inférieure droite est le siège d'une rotation



<i>algorithme</i>	RD	RS	RMR	RME
<i>nb itérations équivalentes</i>	24	651	31.74	10.5
<i>énergie finale</i>	2339685	2090389	2346830	2124274

Table 5 : Temps de convergence en nombres d'itérations équivalentes et énergies finales pour la séquence "mobi"

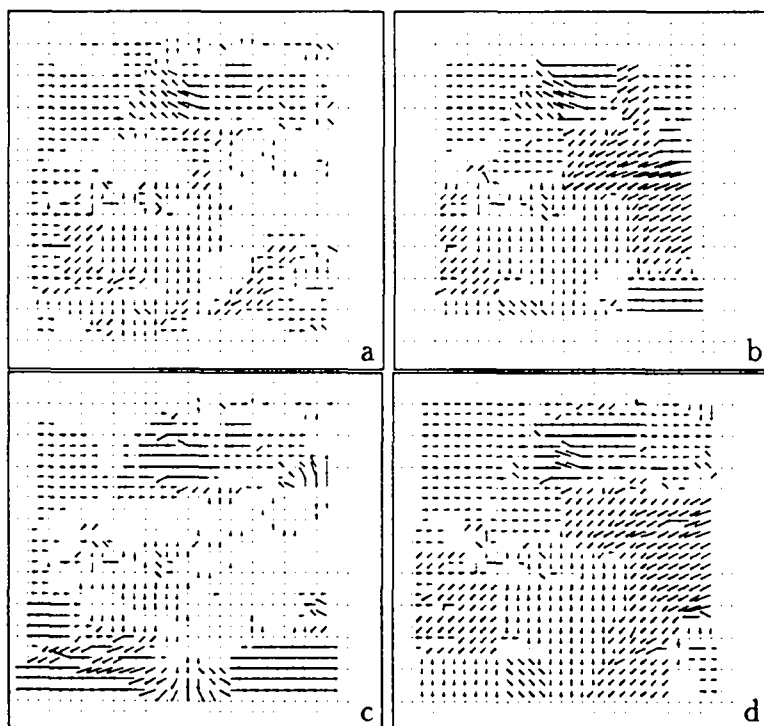


Figure 8 : Champ de déplacement pour la séquence "voiture" : (a) RD (b) RS (c) RMR (d) RME

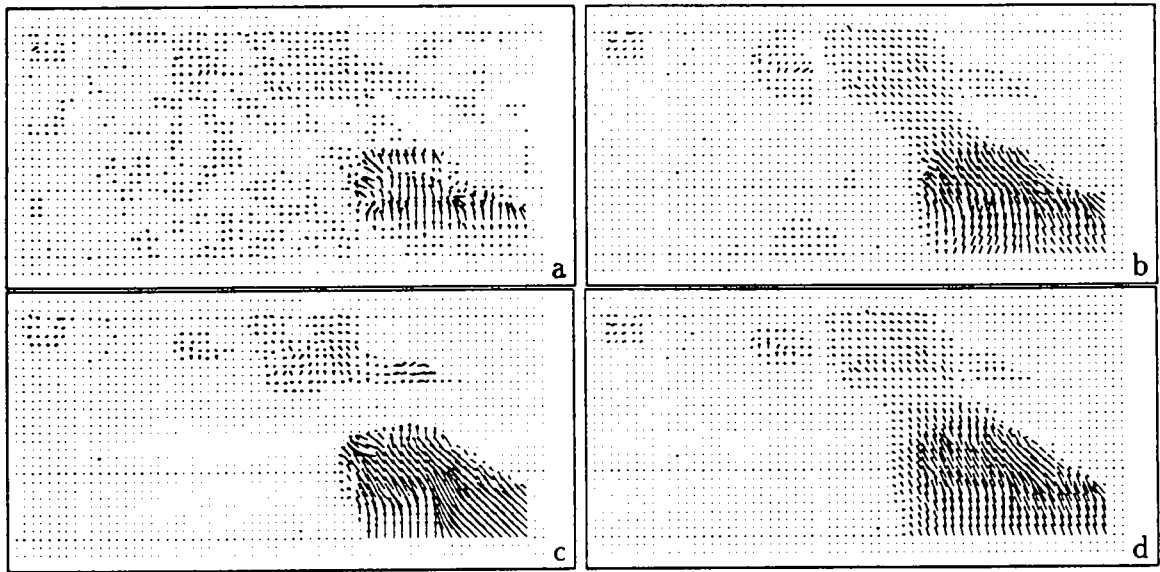


Figure 9 : Champs de déplacement pour la séquence “autoroute” : (a) RD (b) RS (c) RMR (d) RME

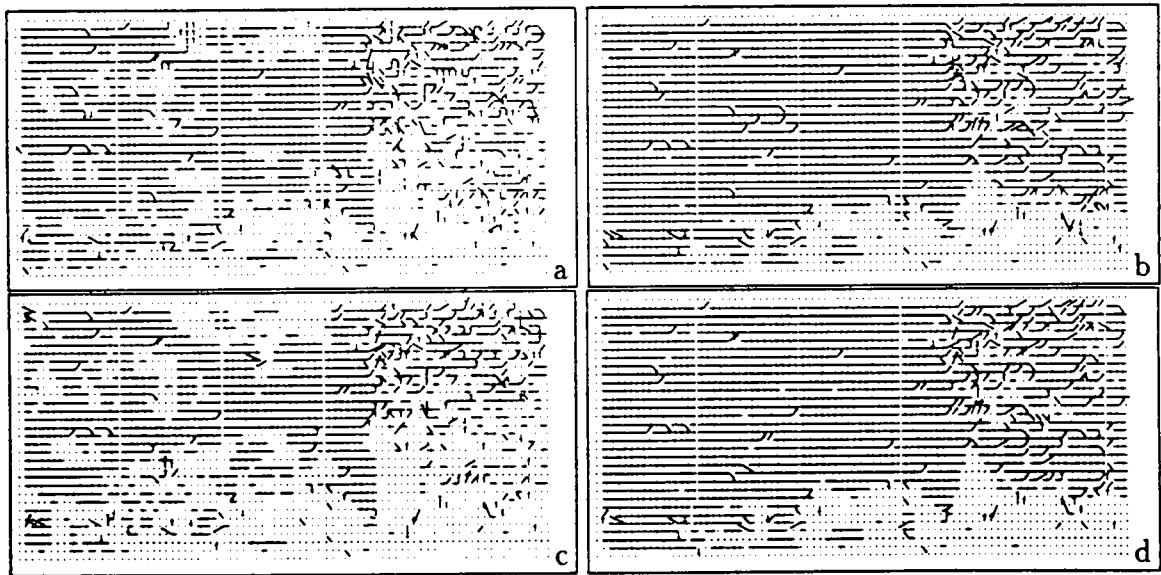


Figure 10 : Champs de déplacement pour la séquence “mobi” : (a) RD (b) RS (c) RMR (d) RME

et la région inférieure gauche enfin, correspond à la combinaison de la rotation et du mouvement divergent précédents.

Le graphique Fig.12 fournit pour les 41 paires d'images testées et pour chacun des algorithmes le rapport  $\frac{U_{finale}^{RS}}{U_{finale}}$  où  $U_{finale}$  est l'énergie de la configuration obtenue par l'algorithme considéré et  $U_{finale}^{RS}$  est celle obtenue sur la même paire d'images par l'algorithme stochastique. Le graphique Fig.13 donne quant à lui les temps de convergence des quatre algorithmes en nombre d'itérations équivalentes, l'échelle sur l'axe des ordonnées étant logarithmique. Ces résultats confirment les conclusions tirées des tests précédents : d'un point de vue énergétique, l'algorithme multiéchelle que nous proposons se rapproche du comportement du recuit simulé, moyennant un temps de convergence très inférieur. Visuellement, les champs de déplacement obtenus par relaxation multiéchelle sont proches de ceux produits par relaxation stochastique comme le montre un exemple quelconque tiré de la série de test, la Fig.14. La relaxation multirésolution classique quant à elle fournit sur cet ensemble de test des résultats médiocres, inférieurs en vitesse de convergence et en énergies finales, à ceux de la relaxation multiéchelle et comparables à ceux de la relaxation monorésolution par ICM.

On peut d'ailleurs s'étonner de ce dernier point, à savoir la faiblesse du gain en temps de convergence de la relaxation multirésolution classique sur la relaxation monorésolution. Cela s'explique peut-être par la taille réduite des images initiales ( $64 \times 64$  pixels). Les pyramides d'observations constituées d'images  $32 \times 32$  pixels au niveau  $i = 1$  et  $16 \times 16$  pixels au niveau  $i = 2$ , formées sur les images originales, sont très dégradées eu égard à la taille des filtres utilisés rapportée à la taille des images. En conséquence les champs estimés aux niveaux plus grossiers ( $i = 1$  et  $i = 2$ ) sont de qualité moyenne et fournissent au niveau le plus fin ( $i = 0$ ) une initialisation qui n'améliore pas de façon notable la vitesse de convergence ou la qualité du résultat (en terme d'énergie) de la relaxation. N'utilisant que les observations au niveau le plus fin, la relaxation multiéchelle, bien que mettant elle aussi en œuvre une stratégie descendante, s'affranchit de cette difficulté.

Nous avons présenté différents tests sur images réelles animées de mouvements réels ou synthétiques, montrant l'efficacité de l'approche multiéchelle proposée, dans le cas d'une fonction d'énergie présentant de nombreux minima locaux. Tout en mettant en œuvre une relaxation déterministe, elle réussit à éviter ces minima locaux dans lesquels un algorithme multirésolution classique se piège, pour converger très rapidement vers une configuration de bonne qualité. Ceci permet d'envisager avec optimisme l'application de la méthode à des modèles plus complexes pour lesquels la minimisation de la fonction d'énergie est beaucoup plus difficile. En particulier, nous étudions l'implémentation de l'algorithme multiéchelle sur un modèle markovien couplé permettant simultanément l'estimation du champ de vitesse 2D [17] et une segmentation au sens du mouvement [12].

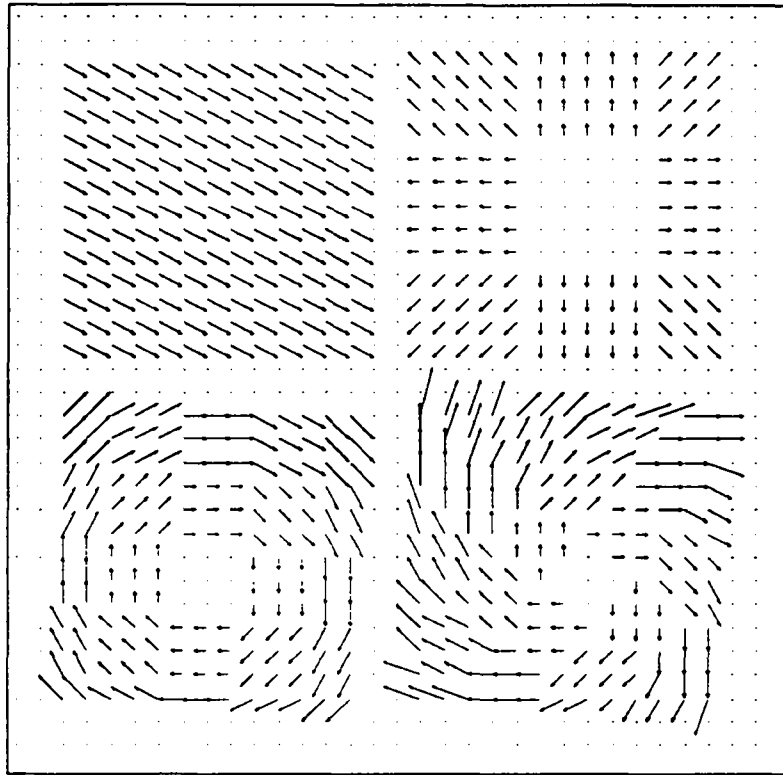


Figure 11 : Champ de déplacement synthétique à estimer sur 41 paires d'images

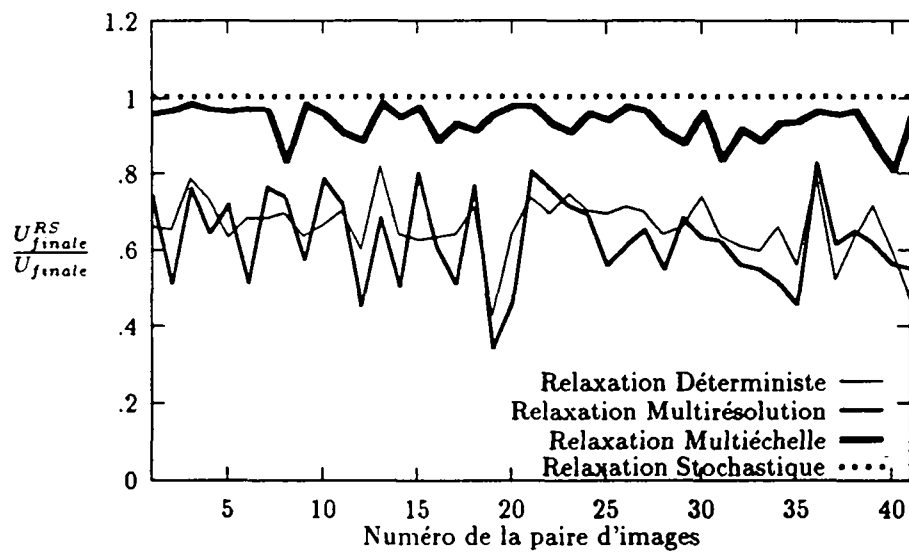


Figure 12 : Rapport  $\frac{U_{finale}^{RS}}{U_{finale}}$  pour les 41 paires d'images testées

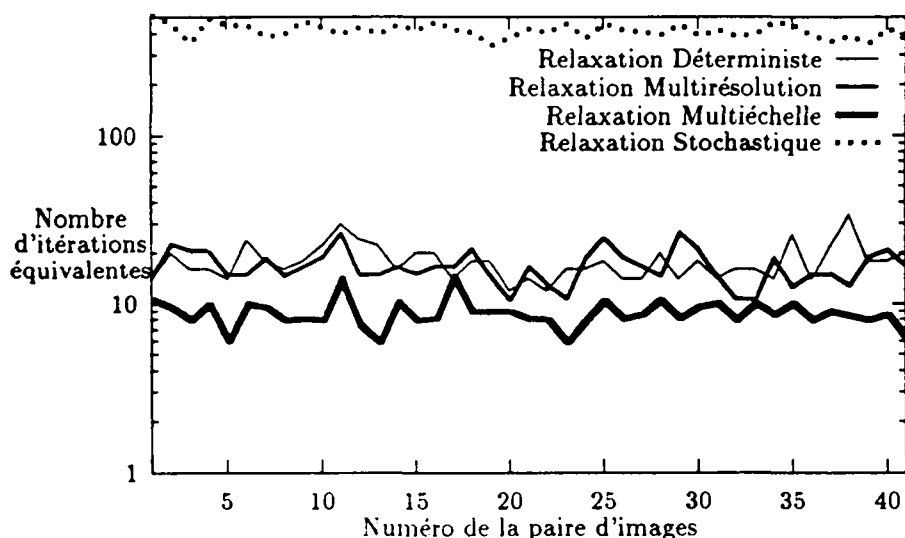


Figure 13 : Vitesse de convergence en nombre d'itérations équivalentes pour les 41 paires d'images testées

## 4 Conclusion

Nous avons présenté dans cet article une nouvelle approche markovienne multiéchelle pour le traitement d'images. Nous en avons détaillé le formalisme dans le cadre de la détection et de la mesure du mouvement.

Nous l'avons comparée sur ces deux exemples aux techniques existantes : relaxations déterministe ou stochastique et relaxation multirésolution classique. Nous avons ainsi montré que cette technique multiéchelle présente des vitesses de convergence légèrement supérieures à celle de la technique multirésolution classique, à laquelle elle est apparentée par la stratégie de descente dans une structure pyramidale d'étiquettes. Mais contrairement à la méthode classique elle évite les minima locaux de la fonction d'énergie et ne nécessite aucun réglage heuristique de paramètres en fonction du niveau de résolution.

La qualité des résultats fournis par cet algorithme multiéchelle est proche de celle obtenue au prix d'un nombre beaucoup plus élevé d'itérations par un algorithme de relaxation stochastique.

Le modèle markovien multiéchelle que nous proposons présente donc d'intéressantes caractéristiques et de par son degré de généralité il peut être appliqué à d'autres problèmes d'analyse d'images par champs de Markov. Notons enfin que par sa définition particulière des fonctions d'énergies à chaque niveau de résolution, ce modèle peut donner lieu à une parallélisation suivant un schéma d'échange d'information entre niveaux, actuellement à l'étude [19].

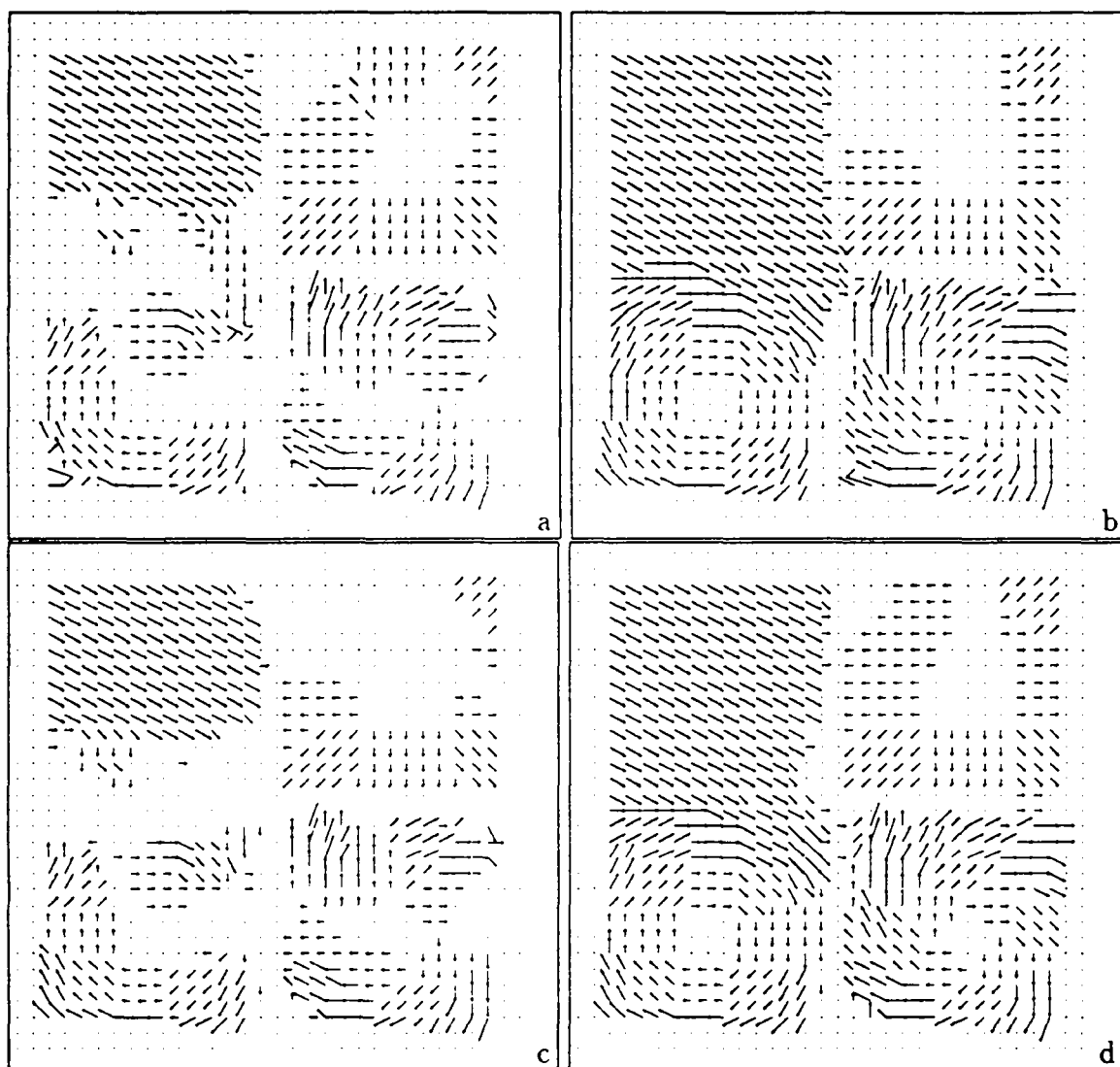


Figure 14 : Exemple de champs des déplacement obtenus sur une des paires d'images testées : (a) RD (b) RS (c) RMR (d) RME

## Bibliographie

- [1] J.K. AGGARWAL and N. NANDHAKUMAR. – On the computation of motion from sequences of images - a review. – *Proc. IEEE*, Vol. 76, No 8: pages 917–935, 1988.
- [2] S.T. BARNARD. – Stochastic stereo matching over scale. – *Int. J. Comp. Vis.*, Vol 3: pages 17–32, 1989.
- [3] J. BESAG. – Spatial interaction and the statistical analysis of lattice systems. – *J. Royal Statist. Soc.*, Serie B, Vol. 36: pages 192–236, 1974.
- [4] J. BESAG. – On the statistical analysis of dirty pictures. – *J. Royal Statist. Soc.*, Vol. 48, Serie B, No 3: pages 259–302. 1986.
- [5] C. BOUMAN and B. LIU. – Multiple resolution segmentation of textured images. – *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, Vol. 13, No 2: pages 99–113, Feb. 1991.
- [6] P. BOUTHEMY. – Extracting dense motion information from an image sequence : Optic flow estimation and related segmentation issues. – In G.E. Taylor, editor, *Kinematic and Dynamic Issues on Sensor Based Control*, volume NATO ASI Series, Vol F57, pages 223–250. Springer, 1990.
- [7] P. BOUTHEMY and P. LALANDE. – A statistical approach to the detection and tracking of moving objects in an image sequence. – In *Proc. Conf. EUSIPCO'90*, pages 947–950, Barcelona, 1990.
- [8] B. CHALMOND. – Image restoration using an estimated Markov model. – *Signal Processing*, Vol. 15, No 2: pages 115–129, September 1988.
- [9] P.B. CHOU and C.M. BROWN. – The theory and practice of bayesian image modeling. – *Int. J. Comp. Vis.*, Vol 4: pages 185–210, 1990.
- [10] P.A. DEVIJVER. – Real-time modeling of image sequences based on hidden Markov Mesh random field models. – Technical Report M-307, Philips Research Lab., June. 1989.
- [11] J.M. DINTEN. – Tomographic reconstruction of axially symmetric objects : Regularization by a markovian modelization. – In *Proc. 10th Int. Conf. Pattern Recognition*, volume 2, pages 153–158, Atlantic City, June 1990.
- [12] E. FRANCOIS and P. BOUTHEMY. – Multiframe-based identification of mobile components of a scene with a moving camera. – In *to appear in IEEE Int. Conf. Computer Vision Pattern Recognition*, Hawaii, June 3-6 1991.
- [13] D. GEMAN, S. GEMAN, C. GRAFFIGNE, and D. PONG. – Boundary detection by constrained optimization. – *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, Vol. 12, No 7: pages 609–628, July 1990.
- [14] S. GEMAN and D. GEMAN. – Stochastic relaxation, Gibbs distributions and the bayesian restoration of images. – *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, Vol. 6, No 6: pages 721–741, November 1984.

- [15] GIDAS B. – A renormalization group approach to image processing problems. – *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, Vol 11 No 2: pages 164–180, February 1989.
- [16] W. HACKBUSCH. – *Multi-Grid Methods and Applications*. – Springer-Verlag, 1985.
- [17] F. HEITZ and P. BOUTHEMY. – Multimodal motion estimation and segmentation using markov random fields. – In *Proc. 10th Int. Conf. Pattern Recognition*, volume 1, pages 378–383, Atlantic City, June 1990.
- [18] F. HEITZ and P. BOUTHEMY. – Multimodal estimation of discontinuous optical flow using Markov Random Fields. – Technical Report 1367, INRIA-Rennes, January 1991.
- [19] F. HEITZ, E. MEMIN, and P. BOUTHEMY. – Markov Random Fields and parallel algorithms for 2D motion analysis. – In *Proc. 13th Imacs World Congress on Computation and Applied Mathematics*, Dublin, July 1991.
- [20] J. HUTCHINSON, C. KOCH, J. LUO, and C. MEAD. – Computing motion using analog and binary resistive networks. – *Computer*, Vol. 21: pages 52–63, March 1988.
- [21] J.L.MARROQUIN, S. MITTER, and T. POGGIO. – Probabilistic solution of ill-posed problems in computational vision. – *J. American Statis. Assoc.*, Vol 82: pages 76–89, 1987.
- [22] J. KONRAD and E. DUBOIS. – A comparison of stochastic and deterministic solution methods in bayesian estimation of 2D motion. – In *Proc. First European Conference on Computer Vision*, pages 149–160, Antibes, France, April 1990. Springer.
- [23] KONRAD, J. and DUBOIS, E. – Multigrid Bayesian estimation of image motion fields using stochastic relaxation. – In *Proc. 2nd Int. Conf. Computer Vision*, pages 354–362, Tarpon Springs, Florida, Dec. 1988.
- [24] B.C. LEVY. – Multiscale models and estimation of discrete Gauss-Markov random fields. – Technical report, Dept. of Electrical Engineering and Computer Science, University of California, Davis, CA, 1990.
- [25] D.W. MURRAY and H. BUXTON. – Scene segmentation from visual motion using global optimization. – *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, Vol 9, No 2: pages 220–228, March 1987.
- [26] J. SUBRAHMONIA, Y.P. HUNG, and D.B. COOPER. – Model-based segmentation and estimation of 3D surfaces from two or more intensity images using Markov random fields. – In *Proc. 10th Int. Conf. Pattern Recognition*, volume 1, pages 390–397, Atlantic City, June 1990.
- [27] TERZOPOULOS, D. – Image analysis using multigrid relaxation methods. – *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, Vol. 8, No 2: pages 129–139, March 1986.



- PI 582      PROGRAMMING REAL TIME APPLICATIONS WITH SIGNAL  
Paul LE GUERNIC, Michel LE BORGNE, Thierry GAUTIER,  
Claude LE MAIRE  
Avril 1991, 36 Pages.
- PI 583      ELIMINATION OF REDUNDANCY FROM FUNCTIONS DEFINED  
BY SCHEMES  
Didier CAUCAL  
Avril 1991, 22 Pages.
- PI 584      TECHNIQUES POUR LA MISE AU POINT DE PROGRAMMES REPAR-  
TIS  
Michel ADAM, Michel HURFIN, Michel RAYNAL, Noël PLOUZEAU  
Mai 1991, 10 Pages.
- PI 585      TOWARDS THE CONSTRUCTION OF DISTRIBUTED DETECTION  
PROGRAMS, WITH AN APPLICATION TO DISTRIBUTED TERMINA-  
TION  
Jean-Michel HELARY  
Michel RAYNAL  
Mai 1991, 24 Pages.
- PI 586      OPAC : A COST-EFFECTIVE FLOATING-POINT COPROCESSOR  
André SEZNEC, Karl COURTEL  
Mai 1991, 26 Pages.
- PI 587      ON FAILURE DETECTION AND IDENTIFICATION : AN OPTIMUM  
ROBUST MIN-MAX APPROACH  
Elias WAHNON, Albert BENVENISTE  
Mai 1991, 24 Pages.
- PI 588      BOUNDED-MEMORY ALGORITHMS FOR VERIFICATION ON THE  
FLY  
Claude JARD, Thierry JERON  
Mai 1991, 14 Pages.
- PI 589      UNE APPROCHE MULTIECHELLE A L'ANALYSE D'IMAGES PAR CHAMPS  
MARKOVIENS  
Patrick PEREZ, Fabrice HEITZ  
Juin 1991, 32 pages.
- PI 590      THE IDEMPOTENT SOLUTIONS OF THE SEMI-UNIFICATION PRO-  
BLEM  
Pascal BRISSET, Olivier RIDOUX  
Juin 1991, 16 pages.

**ISSN 0249 - 6399**